

Valjak, kupa i lopta

Matematika, 8. razred | Osnovna vežba | Grupe A i B

Materijal je namenjen osnovnoj samostalnoj vežbi: prepoznavanju tela, računanju zapremina, omotača i ukupne površine pravog kružnog valjka, kao i površine sfere. PDF i onlajn test proveravaju odabrane osnovne pojmove i neposrednu primenu formula; za složenije zadatke i površinu kupe koristi i vežbe koje je odabrao nastavnik.

Kako raditi i proveravati

Krajnji odgovor upiši na liniju uz zadatak. Formulu, zamenu podataka, račun i obrazloženje piši u svesci ili na posebnom papiru. Uz površinu piši cm^2 , a uz zapreminu cm^3 . Ključ je na strani 4, a odabrani postupci na stranama 5 i 6. Proveri odgovore tek kada završiš grupu.

Predloženo bodovanje za samoprocenu

Svaki zadatak nosi najviše 2 boda, ukupno 20 po grupi. U računskom zadatku: 2 boda za tačnu formulu, postupak i odgovor sa jedinicom; 1 bod za tačnu formulu i ispravno započet postupak uz kasniju grešku; 0 bodova bez ispravnog postupka. U A7/B7: 2 boda za tačan odnos uz objašnjenje formulama, 1 bod za tačan odnos bez objašnjenja. U A8-A10/B8-B10: 2 boda za potpun odgovor, 1 bod za delimično tačan opis, 0 za netačan odgovor. Za pitanje koje traži samo broj osnova dodeli 2 ili 0 bodova. To je predlog za samoprocenu, ne nastavnikov kriterijum za ocenu.

Ime i prezime: _____ Datum: _____

Grupa A

Ime i prezime: _____ Bodovi: _____ / 20

Duži odgovor, postupak i obrazloženje radi u svesci.

1. Kolika je zapremina valjka ako su $r=2$ cm i $H=5$ cm?

Odgovor: _____

2. Kolika je zapremina kupe ako su $r=3$ cm i $H=4$ cm?

Odgovor: _____

3. Kolika je površina lopte poluprečnika 2 cm?

Odgovor: _____

4. Kolika je zapremina lopte poluprečnika 3 cm?

Odgovor: _____

5. Koliki je omotač valjka ako su $r=2$ cm i $H=5$ cm?

Odgovor: _____

6. Kolika je ukupna površina valjka ako su $r=2$ cm i $H=5$ cm?

Odgovor: _____

7. Ako valjak i kupa imaju istu osnovu i visinu, koliki je odnos zapremine?

Odgovor: _____

8. Koliko osnova ima valjak?

Odgovor: _____

9. Koliko osnova ima kupa?

Odgovor: _____

10. Šta je sfera?

Odgovor: _____

Grupa B

Ime i prezime: _____ Bodovi: ____ / 20

Duži odgovor, postupak i obrazloženje radi u svesci.

1. Kolika je zapremina valjka ako su $r=3$ cm i $H=4$ cm?

Odgovor: _____

2. Kolika je zapremina kupe ako su $r=2$ cm i $H=6$ cm?

Odgovor: _____

3. Kolika je površina lopte poluprečnika 3 cm?

Odgovor: _____

4. Kolika je zapremina lopte poluprečnika 2 cm?

Odgovor: _____

5. Koliki je omotač valjka ako su $r=3$ cm i $H=4$ cm?

Odgovor: _____

6. Kolika je ukupna površina valjka ako su $r=3$ cm i $H=4$ cm?

Odgovor: _____

7. Koji deo zapremine valjka zauzima kupa iste osnove i visine?

Odgovor: _____

8. Koliko kružnih osnova ima valjak?

Odgovor: _____

9. Koliko kružnih osnova ima kupa?

Odgovor: _____

10. Šta je lopta?

Odgovor: _____

Ključ odgovora

Uporedi smisao svog odgovora sa ključem. Objašnjenja odabranih primera su na narednim stranama.

Grupa A

1. $20\pi \text{ cm}^3$.
2. $12\pi \text{ cm}^3$.
3. $16\pi \text{ cm}^2$.
4. $36\pi \text{ cm}^3$.
5. $20\pi \text{ cm}^2$.
6. $28\pi \text{ cm}^2$.
7. 3:1.
8. Dve kružne osnove.
9. Jednu kružnu osnovu.
10. Površ koja ograničava loptu.

Grupa B

1. $36\pi \text{ cm}^3$.
2. $8\pi \text{ cm}^3$.
3. $36\pi \text{ cm}^2$.
4. $32\pi/3 \text{ cm}^3$.
5. $24\pi \text{ cm}^2$.
6. $42\pi \text{ cm}^2$.
7. Jednu trećinu.
8. Dve.
9. Jednu.
10. Prostorno telo ograničeno sferom.

Postupci odabranih zadataka

A1 i A2 - zapremina valjka i kupe

Primer 1 - zapremina valjka. Pravi kružni valjak ima poluprečnik osnove $r=2$ cm i visinu $H=5$ cm. Najpre računamo površinu kružne osnove: $B=\pi r^2=\pi \cdot 2^2=4\pi$ cm². Zatim $V=B \cdot H=4\pi \cdot 5=20\pi$ cm³. Površinu osnove množimo visinom, pa je jedinica zapremine cm³. Broj 2 je poluprečnik, ne prečnik; prečnik ovog valjka je 4 cm.

Primer 2 - zapremina kupe i poređenje sa valjkom. Prava kružna kupa ima $r=3$ cm i $H=4$ cm. Njena osnova ima površinu $B=\pi \cdot 3^2=9\pi$ cm², pa je $V=B \cdot H/3=9\pi \cdot 4/3=12\pi$ cm³. Valjak sa istim poluprečnikom i visinom imao bi $V=9\pi \cdot 4=36\pi$ cm³. Odnos zapremina valjka i kupe je zato $36\pi:12\pi=3:1$. Kupa ima trećinu zapremine valjka samo kada im se podudaraju površine osnova i visine.

A5 i A6 - omotač i ukupna površina valjka

Za $r=2$ cm i $H=5$ cm omotač pravog kružnog valjka je $M=2\pi rH=2\pi \cdot 2 \cdot 5=20\pi$ cm². Dve osnove zajedno imaju $2B=2\pi r^2=2\pi \cdot 2^2=8\pi$ cm². Ukupna površina je $P=M+2B=20\pi+8\pi=28\pi$ cm². Omotač nije cela površina: treba dodati obe osnove.

Sfera, lopta i samoprovera

A3 i A4 - različite formule i jedinice

A3: površina sfere poluprečnika 2 cm je $P=4\pi r^2=4\pi \cdot 2^2=16\pi \text{ cm}^2$. A4: zapremina lopte poluprečnika 3 cm je $V=\frac{4\pi r^3}{3}=\frac{4\pi \cdot 3^3}{3}=4\pi \cdot 27/3=36\pi \text{ cm}^3$. Sfera je granična površ, a lopta prostorno telo; površina i zapremina zato nisu iste veličine.

B4 - razlomak može ostati u tačnom rezultatu

Za $r=2 \text{ cm}$ je $r^3=8 \text{ cm}^3$. $V=\frac{4\pi r^3}{3}=\frac{4\pi \cdot 8}{3}=\frac{32\pi}{3} \text{ cm}^3$. Ne treba deliti poluprečnik sa 3: faktor $1/3$ odnosi se na ceo proizvod. Ako približna vrednost nije tražena, izraz sa π je tačan odgovor.

Posle provere

Označi vrstu greške: izbor formule, kvadriranje ili kubiranje, račun, broj osnova ili jedinica. Ponovi odgovarajući postupak, pa tek onda uradi drugu grupu. Pri poređenju valjka i kupe najpre proveri da li su osnova i visina iste.